Colegio España
Concepción 2020
Profesora Karinna Linares Avello

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
COLEGIO ESPAÑA - CONCEPCIÓN

Guía de Aprendizaje N°2
Unidad Uno ✔ Álgebra
Cuarto Medio

Nombre: Curso: Fecha:

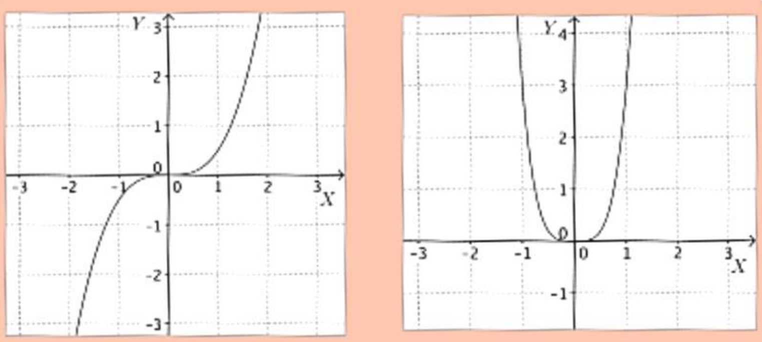
Aprendizajes Esperados:
(AE1) Modelar situaciones o fenómenos de las ciencias naturales mediante la función potencia: $f(x) = a \cdot x^z con\ |z| \leq 3$

Importante: No es obligación imprimir esta guía, puedes copiarla en tu cuaderno o estudiarla desde tu computador o dispositivo móvil. Consultas al correo electrónico karinna@cesp.cl

FUNCIÓN POTENCIA

Una **función potencia** es una función de la forma $\boldsymbol{f(x) = ax^n}$, donde $\boldsymbol{a}$ es un número real y $\boldsymbol{n}$ es un número entero, distintos de 0.

La función f es una función potencia con $a = \frac{1}{2}$ y $n = 3$



$f(x) = \frac{1}{2}x^3$ $g(x) = 3x^4$

La función g es una función potencia con $a = 3$ y $n = 4$

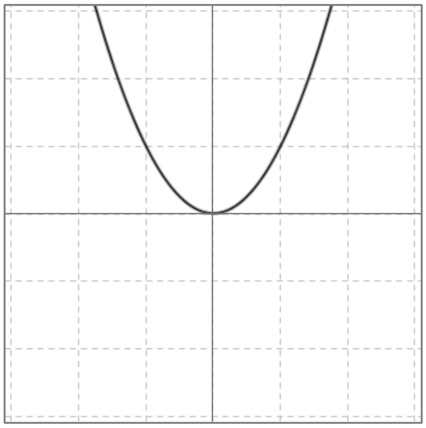
Para analizar las diferentes gráficas que puede adoptar una función potencia, debemos saber identificar el **dominio** y el **recorrido** de cada función según sus características.

- **Concepto de función:** Una **función (f)** es una relación entre dos cantidades variables, que asocia a cada elemento de un conjunto A un único elemento de un conjunto B.
- **Dominio de una función:** Se llama **dominio de una función** ($\boldsymbol{dom\ f}$), al conjunto de todos los elementos para los cuales la función está definida, es decir, valores que la variable independiente ($\boldsymbol{x}$) puede tomar.
- **Recorrido de una función:** Se llama **recorrido de una función** ($\boldsymbol{rec\ f}$), al conjunto de valores que toma la variable dependiente ($\boldsymbol{y}$), es decir, todos los valores que son imagen de algún valor de la variable independiente.

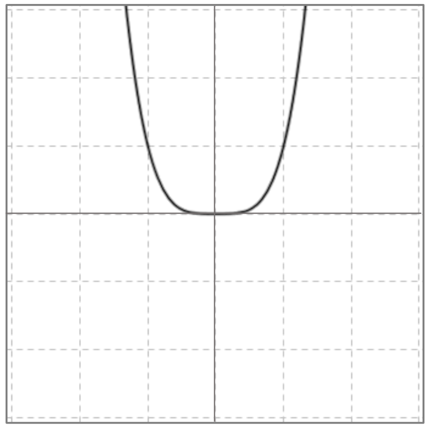
ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN POTENCIA

EXPONENTE PAR POSITIVO

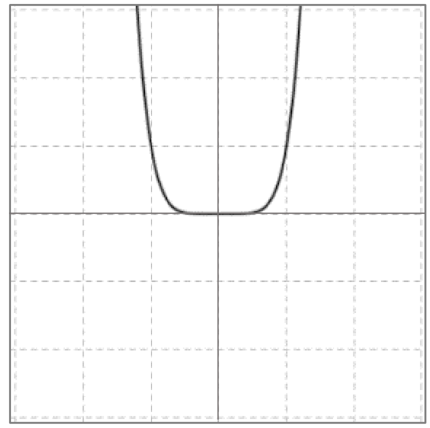
$y = x^2$



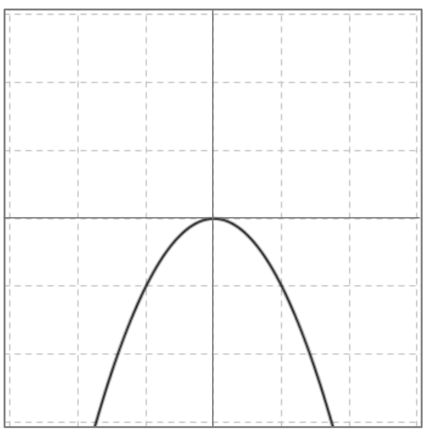
$y = x^4$



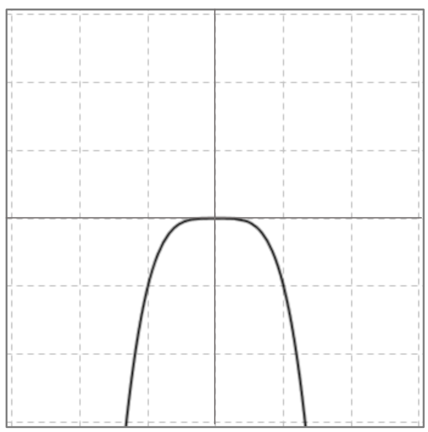
$y = x^6$



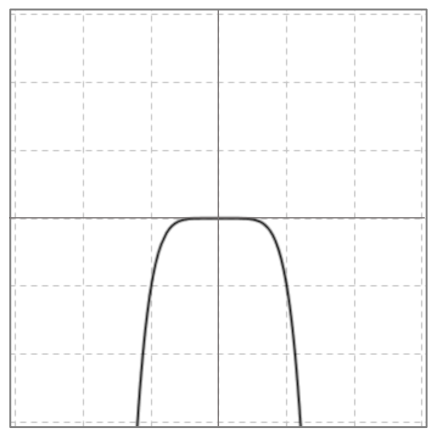
$y = -x^2$



$y = -x^4$



$y = -x^6$

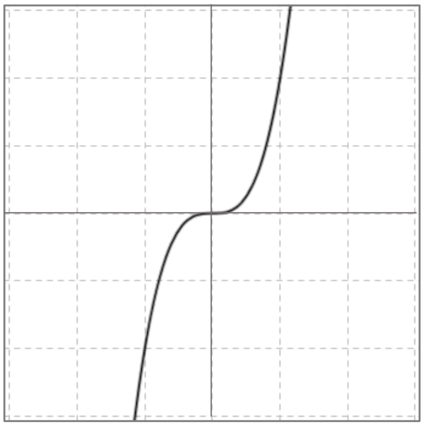


Observando los gráficos, podemos obtener las siguientes conclusiones:

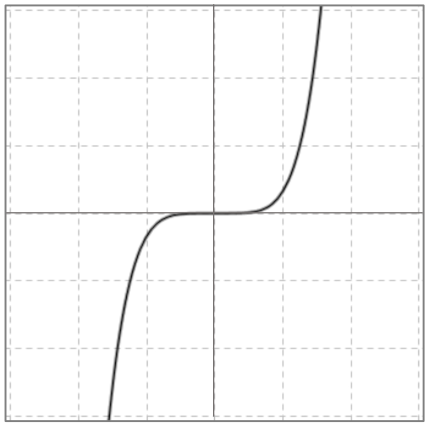
- Si $\boldsymbol{a > 0}$, entonces la gráfica de la función $\boldsymbol{f(x) = ax^n}$, para $\boldsymbol{n}$ par, tiene su vértice en el punto más bajo de la curva.
- Si $\boldsymbol{a < 0}$, entonces la gráfica de la función $\boldsymbol{f(x) = ax^n}$, para $\boldsymbol{n}$ par, tiene su vértice en el punto más alto de la curva.
- En ambos casos, las gráficas presentan **simetría** respecto al **eje** Y, es decir, $\boldsymbol{f(x) = f(-x)}$, para todo $\boldsymbol{x}$ perteneciente al dominio de la función.
- Respecto al **dominio** de la función: No existe restricción para los valores que puede tomar $\boldsymbol{x}$ en la función potencia, es decir, la función está definida para todo $\mathbb{R}$. Luego, $\boldsymbol{dom\ f} = \mathbb{R}$.
- Respecto al **recorrido** de la función: Dependerá del valor que tome $\boldsymbol{a}$. Si $\boldsymbol{a > 0}$, entonces la función puede adoptar valores positivos y también el cero. Así, $\boldsymbol{rec\ f} = \mathbb{R}^+{}_{\boldsymbol{0}}$. En cambio, si $\boldsymbol{a < 0}$, entonces la función puede adoptar valores negativos y también el cero. Así, $\boldsymbol{rec\ f} = \mathbb{R}^-{}_{\boldsymbol{0}}$.

EXPONENTE IMPAR POSITIVO

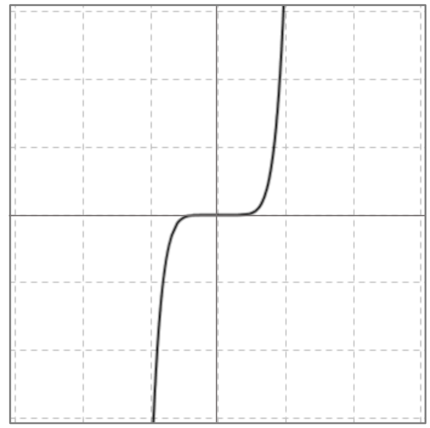
$y = 2x^3$



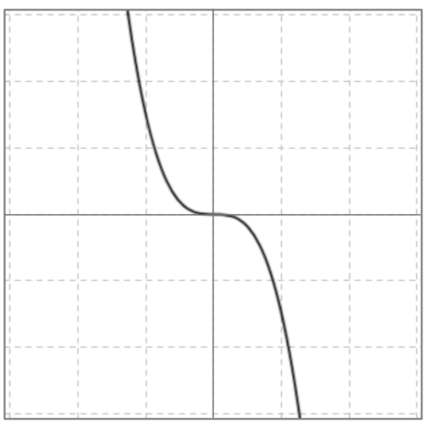
$y = \frac{1}{3}x^5$



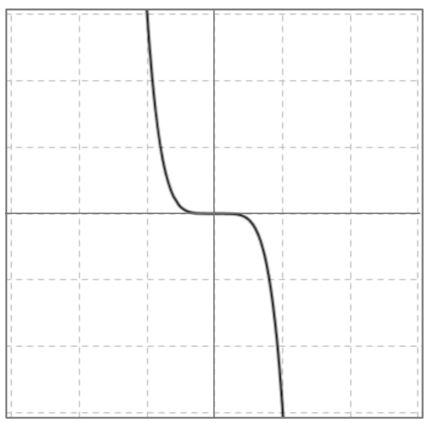
$y = 4x^7$



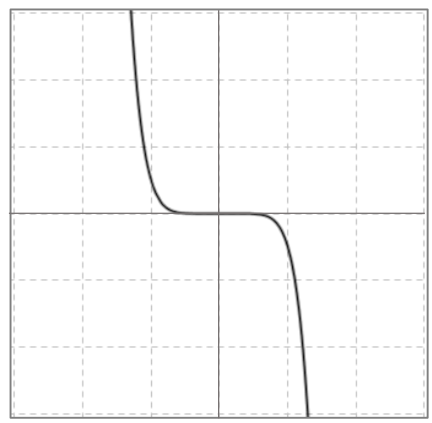
$y = -\frac{3}{2}x^3$



$y = -3x^5$



$y = -\frac{1}{2}x^7$

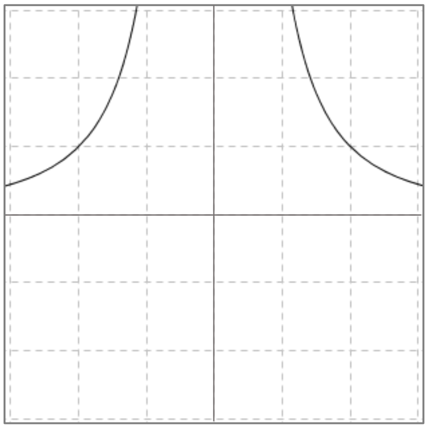


Observando los gráficos, podemos obtener las siguientes conclusiones:

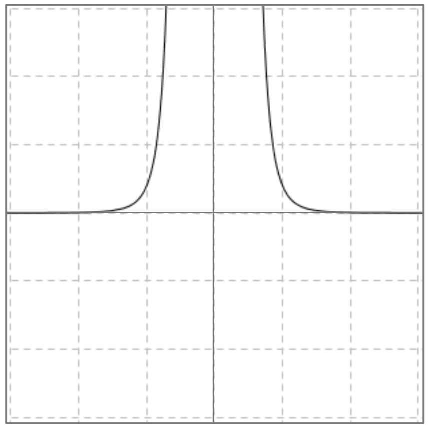
- Si $\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$, la gráfica de la función se encuentra en el primer y tercer cuadrante.
- Si $\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$, la gráfica de la función se encuentra en el segundo y cuarto cuadrante.
- Las gráficas presentan **simetría** central respecto al **origen**, es decir, $\boldsymbol{f(-x) = -f(x)}$, para todo $\boldsymbol{x}$ perteneciente al dominio de la función.
- Respecto al **dominio** de la función: No existe restricción para los valores que puede tomar $\boldsymbol{x}$ en la función potencia, es decir, la función está definida para todo $\mathbb{R}$. Luego, $\boldsymbol{dom\ f} = \mathbb{R}$.
- Respecto al **recorrido** de la función: Independiente del valor que adopte $\boldsymbol{a}$, el recorrido de la función siempre es el conjunto de los números reales, es decir, $\boldsymbol{rec\ f} = \mathbb{R}$.

E X P O N E N T E   P A R   N E G A T I V O

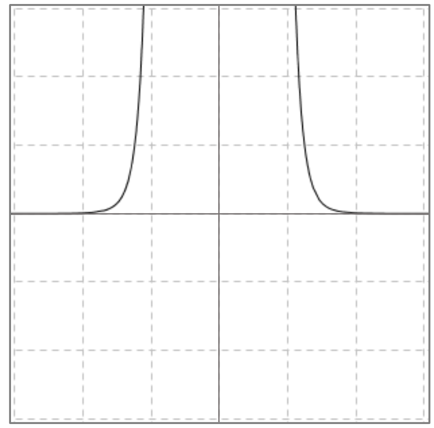
$y = 4x^{-2}$



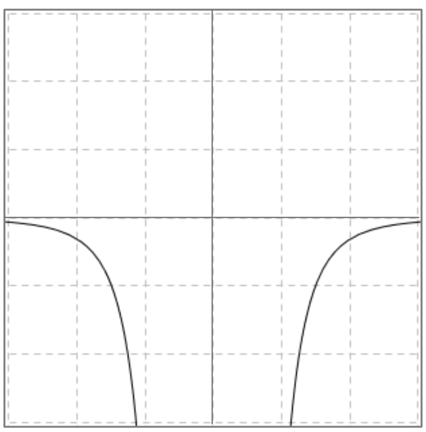
$y = \frac{2}{5}x^{-6}$



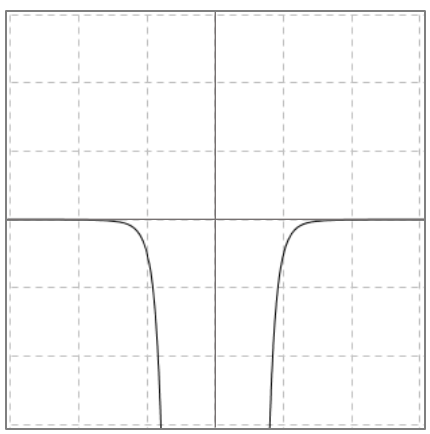
$y = 9x^{-10}$



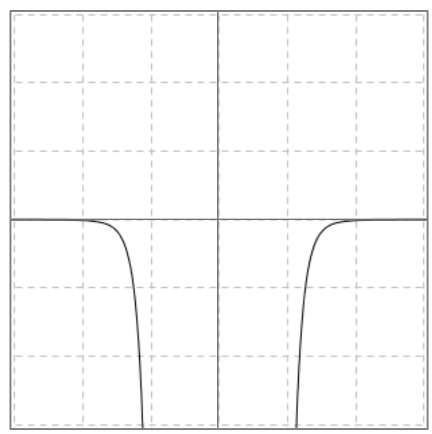
$y = -5x^{-4}$



$y = -\frac{1}{2}x^{-8}$



$y = -10x^{-10}$

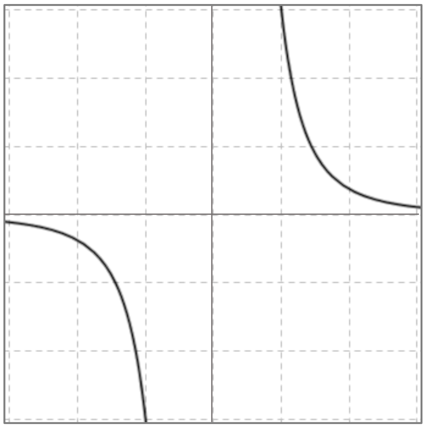


Observando los gráficos, podemos obtener las siguientes conclusiones:

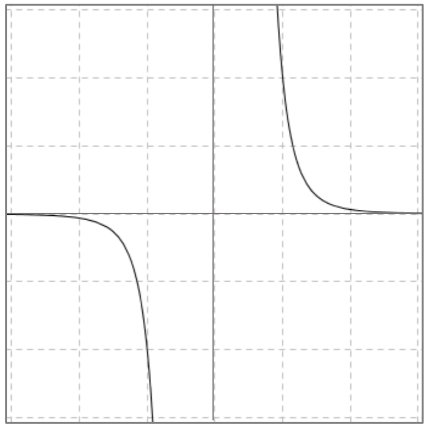
- Si $\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$, la gráfica de la función es creciente para los valores negativos de $\boldsymbol{x}$ y decreciente para los valores positivos de $\boldsymbol{x}$.
- Si $\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$, la gráfica de la función es decreciente para los valores negativos de $\boldsymbol{x}$ y creciente para los valores positivos de $\boldsymbol{x}$.
- En estos casos, los **ejes** X e Y son **asíntotas** de la función. Las asíntotas son rectas a las cuales la función se va aproximando indefinidamente, cuando por lo menos una de las variables (x o y) tienden al infinito.
- Respecto al **dominio** de la función: En ambos casos, independiente del valor de $\boldsymbol{a}$, los valores que puede tomar $\boldsymbol{x}$ son todos los números reales excepto el cero. Es decir, $\boldsymbol{dom\ f} = \mathbb{R} - \{\mathbf{0}\}$.
- Respecto al **recorrido** de la función: Dependerá del valor que tome $\boldsymbol{a}$. Si $\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$, entonces la función puede adoptar todos los números reales positivos. Así, $\boldsymbol{rec\ f} = \mathbb{R}^{+}$. En cambio, si $\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$, entonces la función puede adoptar todos los números reales negativos. Así, $\boldsymbol{rec\ f} = \mathbb{R}^{-}$.

EXPONENTE IMPAR NEGATIVO

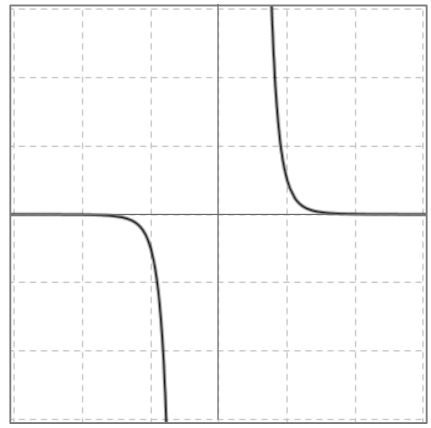
$y = 3x^{-3}$



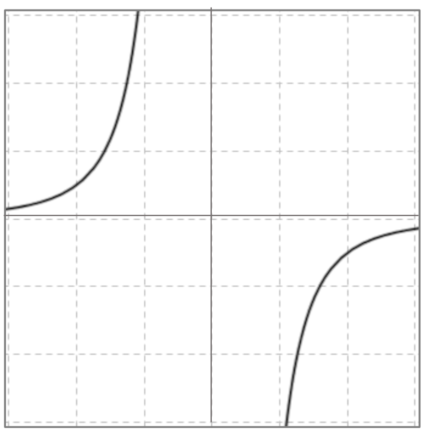
$y = 2x^{-5}$



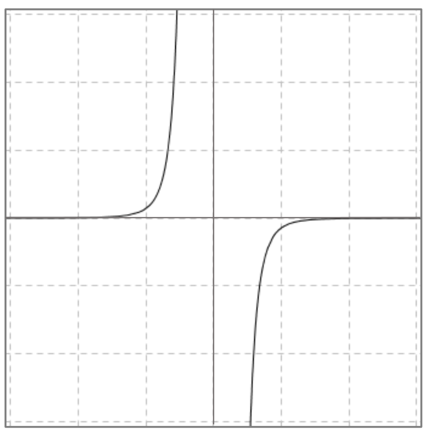
$y = \frac{1}{2}x^{-7}$



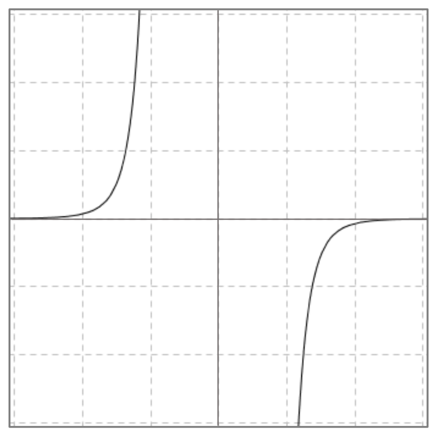
$y = -4x^{-3}$



$y = -\frac{1}{7}x^{-5}$



$y = -9x^{-7}$



Observando los gráficos, podemos obtener las siguientes conclusiones:

- Si $\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$, la gráfica de la función es decreciente y se encuentra en el primer y tercer cuadrante.
- Si $\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$, la gráfica de la función es creciente y se encuentra es el segundo y cuarto cuadrante.
- En estos casos, los ejes X e Y son asíntotas de la función. Las asíntotas son rectas a las cuales la función se va aproximando indefinidamente, cuando por lo menos una de las variables (x o y) tienden al infinito.
- Respecto al **dominio** de la función: En ambos casos, independiente del valor de $\boldsymbol{a}$, los valores que puede tomar $\boldsymbol{x}$ son todos los números reales excepto el cero. Es decir, $\boldsymbol{dom\ f} = \mathbb{R} - \{\mathbf{0}\}$.
- Respecto al **recorrido** de la función: En ambos casos, independiente del valor de $\boldsymbol{a}$, los valores que adopta la función son todos los números reales excepto el cero. Es decir, $\boldsymbol{rec\ f} = \mathbb{R} - \{\mathbf{0}\}$.

TRABAJO PERSONAL PARA CONCLUIR

Completa las siguientes tablas realizando un *bosquejo de las gráficas*, según los valores de $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{n}$.

TABLA 1: Sea $f(x) = ax^n$ una función potencia, con $\boldsymbol{n}$ positivo.

EXPONENTE POSITIVO		
	$a > 0$	$a < 0$
n par		
n impar		

TABLA 2: Sea $f(x) = ax^n$ una función potencia, con n negativo.

EXPONENTE NEGATIVO		
	$a > 0$	$a < 0$
n par		
n impar		